

## Korelacija – predavanje

Doc. dr. sc. Lidija Bilić-Zulle, dipl. inž.  
specijalist medicinske biokemije

Zavod za laboratorijsku dijagnostiku KBC Rijeka  
Katedra za medicinsku informatiku Medicinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

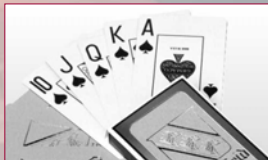
## Podsjetnik



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Testiranje hipoteze

- postavljanje hipoteze
- odabir statističkog testa
- određivanje razine značajnosti
- izračun statistike testa
- zaključak



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Istraživačko pitanje – hipoteza

- Postoji li razlika (u istoj varijabli) između dvaju (ili više) skupina?
- Postoji li povezanost dvaju varijabli?
- Može li se iz jedne (ili više) varijable predvidjeti druga?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Odabir statističkog testa

Ovisi o:

- vrsti podataka/ljestvice mjerenja
- raspodjeli (normalnost)
- uzorku (veličina, zavisnost)
- broju pokazatelja (uni/bi/multivarijatni testovi)
- istraživačkom pitanju



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Osobine obilježja – mjerne ljestvice

|                  | ljestvica mjerenja                          | primjeri podataka  | postupci statističke obrade   |
|------------------|---|--|---|
| skupine podataka | omjerna<br>$\times +$<br>omjer vrijednosti  | konzentracija glukoze (mmol/L), broj bolesnika na odjelu       | kvantitativni podaci: Studentov t-test, ANCOVA, Pearsonova korelacija, regresijska računica |
|                  | intervalna<br>$+ -$<br>količina razlike     | temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ), psi-vrijednost             | kvantitativni podaci: Studentov t-test, ANCOVA, Pearsonova korelacija, regresijska računica |
|                  | ordinalna<br>$> <$<br>omjer razlike         | stupanj opetina (I-IV), Ann-Arbor klasifikacija limfoma (I-IV) | kvantitativni podaci: Mann-Whitney test, Kruskal-Wallis test, Spearmanova korelacija        |
|                  | nominalna<br>$= \neq$<br>postojanje razlike | spot, rask, etiologija bolesti                                 | kvantitativni podaci: $\chi^2$ -test, Fisherov test, logistička regresija                   |



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Odabir testa: ovisnost o raspodjeli – parametrijski i neparametrijski

- Parametrijski testovi:
  - pokazatelji koji ne odstupaju od normalne raspodjele
  - obrađuju izvorna mjerenja
- Neparametrijski testovi:
  - nisu ograničeni normalnošću raspodjele
  - ne raščlanjuju izvorne podatke već "rankove"



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Ovisnost o osobini uzorka

- Veličina:
  - veliki uzorci – parametrijski testovi
  - mali uzorci – neparametrijski testovi
- Zavisnost
  - nezavisni uzorci – neparni testovi
  - zavisni uzorci – parni testovi



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Ovisnost o broju pokazatelja

- univarijatni:
  - raščlanjuju samo jedan pokazatelj
- bivarijatni
  - raščlanjuju dva pokazatelja
- multivarijatni
  - raščlanjuju više pokazatelja



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Varijable

- biološke varijable – značajke ispitanika
- osnovna značajka – biološka varijabilnost
- potreba za mjerenjem na što većem broju ispitanika (reprezentativni uzorak!)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Varijable

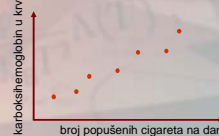
- **stalne** – ne će se promijeniti tijekom ispitivanja (spol, rasa, genotip...)
- **promjenive** – mogu se promijeniti tijekom ispitivanja (broj leukocita, koncentracija glukoze...)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Varijable

- **nezavisne varijable** – mjerimo neovisno o ishodu pokusa, prethode zavisnim varijablama, prediktori, rizični čimbenici, varijable izloženosti (os  $x$ )
- **zavisne varijable** – kriteriji, posljedice djelovanja nezavisnih varijabli, predstavljaju mjeru ishoda koju u istraživanju mjerimo (os  $y$ )
- primjer:



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Postoji li povezanost dvaju varijabli?

- statistički test

## KORELACIJA



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Korelacija

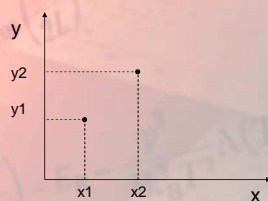
- sukladnost dvaju varijabli
- govori o njihovoj povezanosti
- uvjet pokazatelja: numerički (brojčana mjerna ljestvica)
  - nominalna ☹
  - ordinalna ☺
  - intervalna ☺
  - omjerna ☺
- broj pokazatelja: dva



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Grafički prikaz korelacije

- točkasti dijagram (engl. *scatter diagram*)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Izračun korelacije

- Matematički postupak za izračunavanje stupnja povezanosti dvaju brojčanih pokazatelja kojim se izračunava:
  - koeficijent korelacije  $r$
  - statistička značajnost koeficijenta korelacije  $P$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

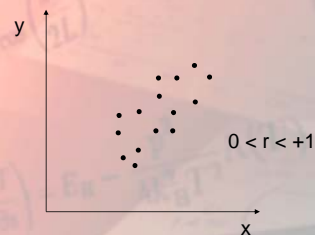
- Pozitivna potpuna (matematička) korelacija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

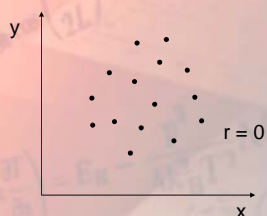
- Pozitivna nepotpuna korelacija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

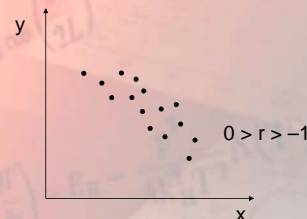
- Nepostojanje korelacije



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

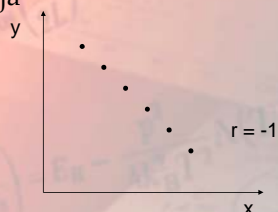
- Negativna nepotpuna korelacija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

- Negativna potpuna (matematička) korelacija



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Pearsonov koeficijent korelacije $r_p$

- parametrijski test (računa s izmjerenim vrijednostima):
  - jednostavna linearna korelacija
  - dva pokazatelja
  - intervalna ili omjerna mjerna ljestvica
  - vrijednosti:  $-1 \leq r \leq +1$
  - barem jedna varijabla – normalna raspodjela
  - veliki uzorak ( $n > 30$ )
  - povezanost varijabli linearna



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

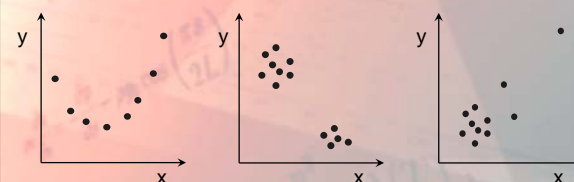
## Spearmanov koeficijent korelacije

- neparametrijski test (računa s rangovima):
  - linearna korelacija,  $\rho$ ,  $r_s$
  - dva pokazatelja
  - ordinalna mjerna ljestvica
  - vrijednosti:  $-1 \leq r \leq +1$
- kada  $r_s$ , a ne  $r_p$ :
  - ordinalna mjerna ljestvica
  - mali uzorak ( $n < 35$ )
  - $x$  i  $y$  ne slijede normalnu raspodjelu



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Kada NE računati korelaciju!



- ... i kada se jedna varijabla izračunava iz druge (npr. BMI i tjelesna masa)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Koeficijent korelacije

- $r$  nema mjerne jedinice i izražava se brojem s dva decimalna mjesta
- ne ovisi o tome koji je pokazatelj  $x$ , a koji  $y$
- $r = 0$  znači: nema linearne povezanosti
- ne opisuje uzročno-posljedičnu vezu (samo povezanost)



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Statistička značajnost povezanosti

- uz koeficijent korelacije  $r$  potrebno naznačiti i statističku značajnost  $P$
- $P$  – statistička značajnost povezanosti, izražava se brojem s tri decimalna mjesta
- ovisi o veličini uzorka
- statistički značajna korelacija  $P < 0,05$

**TUMAČITI SE SMIJU SAMO ZNAČAJNI KOEFICIJENTI KORELACIJE!**



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Tumačenje koeficijenta korelacije

(za biološke varijable)\*

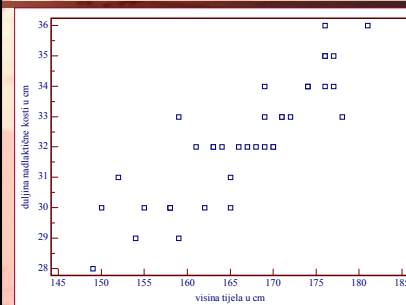
- $r = 0$  do  $\pm 0,25$ : nema povezanosti,
- $r = \pm 0,26$  do  $\pm 0,50$ : slaba povezanost,
- $r = \pm 0,51$  do  $\pm 0,75$ : umjerena do dobra povezanost
- $r = \pm 0,76$  do  $\pm 1$ : vrlo dobra do izvrsna povezanost
- $r = \pm 1$ : matematička povezanost

\*Colton, 1974.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer – izvrsna povezanost

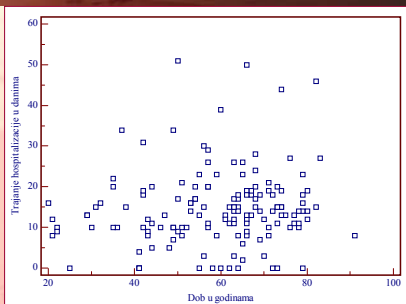


$N=40$   
 $r = 0,88$   
 $P < 0,001$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Primjer – nema povezanosti



$N = 149$   
 $r = 0,12$   
 $P = 0,133$



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Jakost povezanosti

- udio zajedničkih vrijednosti
- koeficijent determinacije –  $r^2$



- Primjer za  $r = 0,67$ ;  $r^2 = 0,45$  ili 45% zajedničkih vrijednosti



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika



## Što smo naučili

- Osim ispitivanja razlike statističkom raščlambom može se ispitati i povezanost.
- Razliku ispitujemo među skupinama, a povezanost među varijablama.
- Postojanje i stupanj povezanosti ispituje se korelacijom.
- Pearsonov koeficijent korelacije parametrijski je test dok je Spearmanov neparametrijski.



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

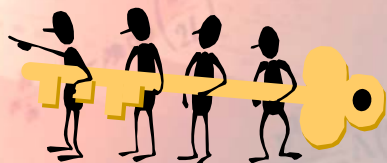
## Što smo naučili

- Korelacija se tumači s obzirom na vrijednost koeficijenta korelacije, a ne njegove statističke značajnosti.
- Tumačiti se smiju samo statistički značajni koeficijenti korelacije.
- Jakost povezanosti izražava se kao udio zajedničkih vrijednosti, a izračunava se iz koeficijenta determinacije ( $r^2$ ).



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Hvala na pozornosti



*Lidija.Bilic-Zulle@medri.hr*



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika

## Pitanja P6

1. Na koje istraživačko pitanje odgovor daje korelacija?
2. Kako se grafički prikazuje korelacija?
3. Što znači potpuna, a što nepotpuna korelacija?
4. Što znači pozitivna, a što negativna korelacija?
5. Koji su uvjeti za izračunavanje Pearsonovog koeficijenta korelacije?
6. Kakav je test Spearmanova korelacija i koji su uvjeti za izračunavanje?
7. O čemu ovisi i kako se tumači statistička značajnost koeficijenta korelacije?
8. U kojim se slučajevima ne izračunava koeficijent korelacije?
9. Kako se tumači vrijednost koeficijenta korelacije za biološke varijable?
10. Kako se tumači jakost povezanosti, kako se izračunava i što predstavlja koeficijent determinacije?



Farmaceutsko-biokemijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Statistika